

3.6 Kapalı Fonksiyonların Türevi

• Verilen kapalı fonksiyonlar için y' i bulunuz.

① $x^3 + x^2y - 2xy^2 + y^3 = 1$

② $x \sin(xy) + \cos(xy) = 0$

③ $x + y^2 = \sin(xy)$

④ $x\sqrt{x+y} = 2xy^2$

⑤ $\sin(xy) = \cos(y^2)$

• Aşağıda belirtilen değerleri bulunuz

① $y'(0)$, $x^5 - xy + y^3 = 8$

② $y' \left| \left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right) \right.$, $x^2 = \sin^2(xy) + xy - \frac{1}{2}$

③ $y'' \left| \left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right) \right.$, $x^2 = \sin^2(xy) + xy - \frac{1}{2}$

• Aşağıdaki noktelerden geçen tepe ve normal doğrularının denklemlerini yazınız

① $x^3 + x^2y - 2xy^2 + y^3 = 1$, $P(1,0)$

② $\sin(xy) + y = x^2$, $P(0,0)$

③ $e^{xy} + y^2 \sin(\pi x) - e = 0$, $P(1,1)$

④ $x^2 - y \sin(x+y) = 1$, $P(1,-1)$

3.7 Ters Fonk. ve Logaritma Fonk. Türevleri

① $f(x) = x^3 + x + 1$ olsun

Ⓐ $f(x)$ in birebir olduğunu gösteriniz

Ⓑ $g = f^{-1}$ ise $g'(3) = ?$

② $f(x) = x^2 - 4x - 5$ olsun

Ⓐ $x > 2$ için $f(x)$ in birebir olduğunu gösteriniz.

Ⓑ $\frac{df^{-1}}{dx} \Big|_{x=f(5)=0} = ?$

• Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini logaritmik türev yardımıyla bulunuz.

① $f(x) = (1+x)^{2/3} (2-x)^{1/3} (1+x^2)^{3/2} (1+\ln x)^{1/2}$

② $y = \frac{x^{7/4} \sqrt{x^2+1}}{(3x+5)^5}$

③ $y = x^{\sqrt{x+1}}$

④ $y = \frac{\sin^2 x \tan^4 x}{(x^2+1)^4}$

⑤ $y = \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-1}}$

• Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini bulunuz.

① $\ln \left(\frac{x+1}{\sqrt{x-2}} \right)$

② $\log_{10} \left(\frac{x}{x-1} \right)$

③ $\frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$

④ $\ln \sqrt{\frac{2x+2}{x}}$

3.8 Ters Trigonometrik Fonksiyonlar

- ① $\sin(\arctan(x+1)) = ?$
- ② $f(x) = \arcsin(\sin \sqrt{x^2+9})$ ise $f'(x) = ?$
- ③ $f(x) = \arccos(\tan \sqrt{x^2+1})$ ise $f'(x) = ?$
- ④ $f(x) = \frac{\operatorname{arccsc}(x^2+1)}{\tan(2x+1)}$ ise $f'(x) = ?$
- ⑤ $f(x) = \frac{1}{\arcsin(x)}$ ise $f'(x) = ?$
- ⑥ $f(x) = x \arctan(\sqrt{x})$ ise $f'(x) = ?$
- ⑦ $f(x) = 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right) + \arccos(x)$ ise $f'(x) = ?$
 $x \in (0,1)$

3.9 Bazı Oranlar

- ① Bir çemberin yarıçapı 2 cm/s sabit hızla büyüyor. Çevre uzunluğu 200π cm olduğunda, çemberin alanındaki değişim hızı nedir?
- ② İki araba aynı noktadan hareket ediyor. Bir 60 km/h hızla doğuya, diğeri 20 km/sa hızla batıya doğru gidiyor. 2 saat sonra arabalar arasındaki uzaklığın artış hızı ne olur?
- ③ Bir üçgenin alanı $2 \text{ cm}^2/\text{da}$ oranında artarken, yüksekliği $1 \text{ cm}/\text{da}$ oranında artıyor. Üçgenin yüksekliği 10 cm ve alanı 100 cm^2 olduğunda tabanın değişim hızı nedir?
- ④ 1 km yükseklikte ve $500 \text{ km}/\text{sa}$ hızla yatay olarak uçan bir uçak, bir radar istasyonu üzerinden geçiyor. Uçak istasyondan 2 km uzakta olduğunda, uçaktan istasyona olan uzaklığın artış hızı ne olur.

