

MAT 101**ÇALIŞMA PROBLEMLERİ**

1. Aşağıdaki fonksiyonların tanım kümelerini bulunuz.

a) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{x^2-x-6}}$ b) $f(x) = (x-2)\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ c) $f(x) = \frac{2x}{2\cos x - 1}$.

2. Aşağıdaki fonksiyonun tanım ve görüntü cümlelerini bulunuz

$$F(t) = \frac{3000}{2 + 4e^{-0.2t}}.$$

3. Aşağıdaki eşitsizliklerin çözüm kümelerini bulunuz.

a) $|1 + 2x| \geq 1$ b) $|x - 5| < |x + 1|$ c) $x < x^2 - 12 < 4x$

4. $f(x) = \frac{x-1}{x-4}$ ve $g(x) = x^2$ ise $f(g(x)) < 1$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulunuz.

5. Aşağıdaki problemlerde L doğrusunun denklemi yazınız.

a) $L(1,5)$ 'den geçiyor ve denklemi $2x + y = 10$ olan doğruya paraleldir.

b) $L(-2,4)$ 'den geçiyor ve denklemi $x + 2y = 17$ olan doğruya diktir.

c) L x-eksenini 2 ve y-eksenini -3'de kesiyor.

6. $2\cos x + \sin 2x = 0$ denklemini sağlayan, $[0, 2\pi]$ aralığındaki tüm x değerlerini bulunuz.

7. Bir dik dairesel silindirin yüksekliği yarıçapına eşittir. A , toplam yüzey alanını, V hacminin bir fonksiyonu olarak ifade ediniz.

8. 100 m. uzunluğundaki bir tel parçası x ve $100 - x$ uzunluğunda iki parçaya ayrılmıştır. Birinci parça kare şekline, ikinci parça ise çember şekline getirilmiştir. Kare ve çemberin alanlarının toplamını x 'in bir fonksiyonu olarak yazınız.

9. $P(t)$, her ay sonunda üç katına ulaşan bir topluluğun sayısıdır. $P(0) = 15$ olduğuna göre bu topluluğun sayısı ne zaman 405 olur? (t ay olarak veriliyor).

10. Aşağıdaki fonksiyonların grafiklerini çiziniz.

a) $f(x) = 4x - x^2$ b) $f(x) = \sqrt{3-x} + 2$ c) $f(x) = |x-1| + |2x| + 1$

d) $f(x) = |x^2 - 3| + 1$ e) $f(x) = 2\cos(x + \pi) - 1$ f) $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$

g) $f(x) = 2|x-2| + 1$, h) $y = \frac{1}{2}\sin(\pi x - \pi) + \frac{1}{2}$ i) $f(x) = \begin{cases} x-3 & x < 2 \text{ için,} \\ x^2+2 & x \geq 2 \text{ için,} \end{cases}$

11. Aşağıdaki fonksiyonlar için $(f \circ g)(x)$ and $(g \circ f)(x)$ 'i bulunuz.

a) $f(x) = |x-5|$, $g(x) = x^2 + 2x$

b) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \text{ için,} \\ x & x > 0 \text{ için,} \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \text{ için,} \\ -x^2 & x > 0 \text{ için,} \end{cases}$

12. Aşağıdaki fonksiyonların tek yada çift olup olmadığını araştırınız.

a) $f(x) = 3x - x^2$ b) $g(x) = \frac{\sin x}{x}$ c) $f(x) = \frac{\cos x}{x}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$ e) $h(x) = 2x^3 - x + \sin 2x$.

13. Aşağıdaki fonksiyonların birebir olup olmadığını araştırınız.

a) $g(x) = x^2 + 1$ b) $f(x) = \cos x$ c) $h(x) = \sqrt{x+1}$

d) $f(x) = x^5 + 2x - 1$ e) $m(x) = \frac{2x}{1-x}$

14. Aşağıdaki limitleri hesaplayınız (L 'Hospital kuralını kullanmayınız).

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$ c) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[x]}{x}$

d) $f(x) = x^2 - 2x - 35 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$, e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$ f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 6}{5x^3 + 6x - 12}$

g) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2-x}{\sqrt{4-4x+x^2}}$, h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x-1|-|1-4x|}{x}$, i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$
j) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$, k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x)-1}{x}$, l) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$, m) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5-3x+2}{x^4-4x+3}$
n) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$, o) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2-5x+6} - x$, p) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1)}{x-1}$, r) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$,
s) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1}$.

15. $u(t) = \frac{t}{t^2-t-2}$ fonksiyonunun yatay ve düşey asimptotlarını bulunuz?

16.

$$f(x) = \begin{cases} |1-x| & \text{Eğer } x < 1 \\ \sqrt{x-1} & \text{Eğer } x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu R' 'de süreklidir? Cevabınızı nedenleri ile birlikte açıklayınız.

17. $G(x) = x^3 - x^2 + x$ fonksiyonu verilsin. $G(c) = 10$ olacak şekilde bir c sayısının mevcut olduğunu gösteriniz.

18. $g(x) = \sqrt{x+1}$ fonksiyonu verilsin.

a. Türevin **limit tanımını** kullanarak fonksiyonun türevini bulunuz.

b. Fonksiyonun $x_0 = 3$ noktasındaki teğetin denklemini bulunuz.

19.

$$f(x) = \begin{cases} 2 \sin x + \cos x & \text{Eğer } x \geq 0 \\ mx + b & \text{Eğer } x < 0 \end{cases}$$

$f(x)$ fonksiyonunun her yerde türevlenebilmesi için m ve b sayıları ne olmalıdır?

20. $y = x\sqrt{x}$ eğrisinin üzerinde bulunan hangi noktadaki teğet denklemi $3x - y + 6 = 0$ denklemine paraleldir.

21. Hangi x değerleri için $h(x) = |x^2 - 9|$ fonksiyonu türevlenebilir? $h(x)$ ve $h'(x)$ fonksiyonlarının grafiğini çizin.

22. Bir taş yukarı doğru fırlatılıyor. Taşın yüksekliği $s(t) = -6t^2 + 15t + 1$ fonksiyonu ile hesaplanıyor (Burada t saniye cinsinden zamanı göstermektedir). Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Türevin **limit tanımını** kullanarak $s'(t)$ ifadesini hesaplayınız.

b. $s'(6)$ ifadesini hesaplayarak ne anlam ifade ettiğini açıklayınız.

c. $s''(6)$ ifadesini hesaplayarak ne anlam ifade ettiğini açıklayınız.

23. Aşağıdaki fonksiyonlar/denklem için $\frac{dy}{dx}$ ifadesini hesaplayınız.

a) $y = \frac{x+\ln 7}{1+9x^2}$ b) $y = 3x^5 + \frac{2}{x} - \frac{5}{x^4} + e^\pi$ c) $y = \cot x(1 + \sec x)$

d) $y = \sin(\cos(2t - 5))$ e) $y = (e^{\csc(x/2)})^3$ f) $y = \sin(x^3 e^{\tan x^2})$

24. $x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$ denklemleri ile verilen eğrinin $t = \pi/4$ noktasındaki teğetin denklemini bulunuz. Aynı noktada d^2y/dx^2 ifadesinin değerini hesaplayınız.