

MAT 102– ÇALIŞMA PROBLEMLERİ

- Aşağıdaki integralleri hesaplayınız.
 - $\int \tan^3 x \sec x dx$
 - $\int_0^{2\pi} \cos^2 4x dx$
 - $\int \frac{x+2}{x^2+2} dx$
 - $\int \frac{1}{\sqrt{2-2x-x^2}} dx$
 - $\int \frac{(\ln x)^2}{17x} dx$
 - $\int \sec^3 x dx$
 - $\int e^{2x} \cos 3x dx$
 - $\int_2^5 \sqrt{1+x^4} x^7 dx$
 - $\int_0^3 \sqrt[3]{2} \frac{z^3}{(4z^2+9)^{3/2}} dz$
 - $\int \frac{\cos \theta}{1+\sin \theta} d\theta$
 - $\int \frac{x^4}{x^4-1} dx$
 - $\int_2^5 \sqrt{1+x^4} x^7 dx$
 - $\int \frac{x^4}{x^4-1} dx$
- Aşağıdaki genelleştirilmiş integralleri hesaplayınız.
 - $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$
 - $\int_0^{\pi/2} \sec x dx$
- Aşağıdaki integrallerin iraksaklığını veya yakınsaklığını araştırınız.
 - $\int_1^{\infty} \frac{1}{x+e^{2x}} dx$
 - $\int_1^{\infty} \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$
- $y = 2^x$ ve $y = 5^x$ eğrileri ve $x = -1$ ve $x = 2$ doğruları ile sınırlı bölgenin alanını hesaplayınız?
- $y = x$ ve $y = x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin $x = 3$ doğrusu etrafında döndürülmesi ile oluşan cismin hacmini hesaplayınız?
- $x(t) = e^t \cos t$, $y(t) = e^t \sin t$ ile verilen eğrinin $t = 0$ dan $t = \pi$ kadar olan kısmının uzunluğunu hesaplayınız?
- $y = e^{3x}$ eğrisinin x-ekseni etrafında çevrilmesi ile oluşan yüzeyin alanını hesaplayınız?
- $r = 1 + \cos \theta$ eğrisinin dışında ve $r = 3 \cos \theta$ eğrisinin içinde kalan bölgenin alanını hesaplayınız?
- $\left\{ \sqrt{5}, \sqrt{5\sqrt{5}}, \sqrt{5\sqrt{5\sqrt{5}}}, \dots \right\}$ dizisinin yakınsak olduğunu gösteriniz ve limitini bulunuz.
- Eğer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ yakınsak ise $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ olduğunu gösteriniz.
- Aşağıdaki serilerin karakterini belirleyiniz.
 - $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln(n)}}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{1+3^n}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+1}}$
 - $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\sqrt{n}}$
- Mutlak yakınsak her serinin yakınsak olduğunu gösteriniz
- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n n^n}{n!}$ serisi mutlak yakınsak mıdır?
- $\text{Arc tan } x$ fonksiyonunun $a = 0$ noktasındaki kuvvet serisi bulunuz.
- $f(x) = \ln x$ fonksiyonu $a = 1$ komşuluğunda Taylor serisine açınız
 - Bulduğumuz serinin $\ln x$ fonksiyonuna eşit olduğunu ispatlayınız. (yani, $n \rightarrow \infty$ iken $R_n(x) \rightarrow 0$ olduğunu gösteriniz.)
 - Elde ettiğiniz serinin yakınsaklık yarıçapını ve aralığını bulunuz.
- Her $x \in [-0.3, 0.3]$ için, $\sin x$ fonksiyonu $x - \frac{x^3}{3!}$ polinomu ile yaklaşık olarak hesaplanmak isteniyor. Yapılabilecek maksimum hata nedir? $\sin(10^\circ)$ yi yaklaşık olarak, en az beş basamak doğru olacak şekilde hesaplayınız.

18. $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{16-x^2-y^2-z^2}}$ fonksiyonunun tanım ve görüntü cümlesini bulunuz.

19. g fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanıyor

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^4}{x^4 + y^4} & \text{if } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{if } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

g fonksiyonun sürekli olduğu bölgeyi belirleyiniz ve cevabınızı açıklayınız.

20. $h(x, y) = \sqrt{x+3}e^{y-2}$ fonksiyonu verilsin:

a. $(1, 2, 2)$ noktasında, yüzeye teget olan düzlemin denklemini bulunuz.

b. Diferansiyeli kullanarak $\sqrt{3.99}e^{2.02}$ sayısını yaklaşık olarak hesaplayınız.

21. Aşağıdaki kısmi türevleri bulunuz.

a. Eğer

$$w = xy^2z^3, \quad x = 3\sqrt{st}, \quad y = \sin 2t, \quad z = s + \ln(t+s)$$

ise, $\frac{\partial w}{\partial s}$ ve $\frac{\partial w}{\partial t}$ yi bulunuz.

b. Eğer $xe^y + xz + ze^y = 17$ ise, $\frac{\partial z}{\partial x}$ ve $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ifadelerini bulunuz.

22. $h(x, y) = \sqrt{x+1} \ln(y-2)$ fonksiyonunun $(3, 3)$ noktasında, $a = 3i - 4j$ vektörü yönündeki yönlü türevini bulunuz (yani $D_u h(3, 3)$ i hesaplayınız)

23. $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy^2 + 1$ fonksiyonunun ekstremum değerlerini bulunuz (maks, min ve semer noktalarını belirleyiniz).

24. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ yüzeyi üzerinde bulunan ve $(3, 2, 0)$ noktasına en yakın olan noktayı bulunuz.

25. $f(x, y) = x^2y$ fonksiyonun $x^2 + y^2 = 1$ üzerindeki maksimum ve minimum değerlerini bulunuz.

26. $f(x, y) = e^{-xy}$ fonksiyonun $x^2 + 4y^2 \leq 1$ bölgesi üzerindeki mutlak maks/min değerlerini bulunuz.

27. Toplam yüzey alanı 1500 cm^2 ve toplam kenar uzunlukları 200 cm olan bir dikdörtgen kutunun maksimum ve minimum hacimlerini hesaplayınız.

28. $F(x, y) = e^x \cos y$ fonksiyonunu üçüncü mertebeden terimlere kadar, $(0, 0)$ noktasında Taylor serisine açınız.