

## MAT 212 ÖDEV 2 13 Ekim 2016

1.

Aşağıdakilerden hangileri  $R^\infty$  nin alt uzaylarıdır?

- (a)  $R^\infty$  deki  $v = (v, 0, v, 0, v, 0, \dots)$  formundaki tüm  $v$  dizileri.
- (b)  $R^\infty$  deki  $v = (v, 1, v, 1, v, 1, \dots)$  formundaki tüm  $v$  dizileri.
- (c)  $R^\infty$  deki  $v = (v, 2v, 4v, 8v, 16v, \dots)$  formundaki tüm  $v$  dizileri.
- (d)  $R^\infty$  deki bir yerden sonraki bileşenleri 0 olan tüm diziler.

2.

► Alıştırmalar 14–15'te,  $\{p_1, p_2, p_3\}$  kümesinin  $P_2$  için bir baz olduğunu gösteriniz ve  $p$  yi baz vektörlerinin lineer bir kombinasyonu olarak ifade ediniz. ◀

$$14. \quad p_1 = 1 + 2x + x^2, \quad p_2 = 2 + 9x, \quad p_3 = 3 + 3x + 4x^2; \\ p = 2 + 17x - 3x^2.$$

3.

Aşağıdaki vektör uzayların her birinin boyunu bulunuz.

- (a) Tüm  $n \times n$  köşegen matrislerin vektör uzayı.
- (b) Tüm  $n \times n$  simetrik matrislerin vektör uzayı.
- (c) Tüm  $n \times n$  üst üçgensel matrislerin vektör uzayı.

4.

$P_3$  ün  $a_0 = 0$  olan tüm  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$  polinomlarından oluşan alt uzayının boyutunu bulunuz.

5.

$\text{rank}(A) = \text{rank}(B)$  ancak  $\text{rank}(A^2) \neq \text{rank}(B^2)$  olan  $A$  ve  $B$  matrisleri bulunuz.

6.

$A$ , verilen  $p(\lambda)$  ya karakteristik polinomu olarak sahipse,  $\det(A)$  yı bulunuz.

- (a)  $p(\lambda) = \lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda + 5$
- (b)  $p(\lambda) = \lambda^4 - \lambda^3 + 7$

[İpucu: Bkz. Teorem 5.1.5.'in ispatı]

7. Aşağıdaki matrisin karakteristik polinomunu, özdeğerlerini ve karşılık gelen özuzaylarını ve boyutlarını bulunuz.

$$\begin{bmatrix} 10 & -9 & 0 & 0 \\ 4 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

8.

23.  $\lambda$ , tersi olan bir  $A$  matrisinin bir özdeğeri ve  $x$  karşılık gelen bir özvektör ise,  $1/\lambda$  nın  $A^{-1}$  in bir özdeğeri ve  $x$  vektörünün karşılık gelen bir özvektörü olduğunu ispatlayınız.
24.  $\lambda$ ,  $A$  nın bir özdeğeri,  $x$  karşı gelen bir özvektör ve  $s$  bir skaler ise,  $\lambda - s$  nin  $A - sI$  nın bir özdeğeri ve  $x$  in karşı gelen bir özvektörü olduğunu ispatlayınız.
25.  $\lambda$ ,  $A$  nın bir özdeğeri ve  $x$  karşılık gelen bir özvektör ise, her  $s$  skaleri için  $s\lambda$  nın  $sA$  nın bir özdeğeri ve  $x$  in karşı gelen bir özvektörü olduğunu ispatlayınız.

26.

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \\ -4 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

matrisinin özdeğerleri ve özuzayları için bazıları bulunuz ve sonra Alıştırma 23 ve 24'ü kullanarak aşağıdaki matrislerin özdeğerlerini ve özuzaylarını bulunuz.

(a)  $A^{-1}$  (b)  $A - 3I$