

## MAT 212 ÖDEV 4 21 Kasım 2016

1.

Bir dikdörtgensel  $x'y'$ -koordinat sistemi, bir dikdörtgensel  $xy$ -koordinat sisteminin saat yönü tersinde  $\theta = 3\pi/4$  açısıyla döndürülmesiyle elde ediliyor.

(a)  $xy$ -koordinatları  $(-2, 6)$  olan noktanın  $x'y'$ -koordinatlarını bulunuz.

(b) Find  $x'y'$ -koordinatları  $(5, 2)$  olan noktanın  $xy$ -koordinatlarını bulunuz.

2.

$R^2$  üzerindeki bir lineer operatöre eğer vektörlerin uzunluklarını değiştirmezse, *rijid* denir ve eğer sıfırdan farklı vektörler arasındaki açıyı değiştirmezse, *açı koruyan* denir.

(a) Rijid olan iki farklı lineer operatör tipi veriniz.

(b) Açı koruyan iki farklı lineer operatör tipi veriniz.

(c)  $R^2$  üzerinde rijid olup açı korumayan lineer operatör var mıdır? Açı koruyan ve rijid olmayan var mıdır? Cevabınızı doğrulayınız.

3.

(a) Eğer  $v$  herhangi bir  $n \times 1$  lik matris ve  $I$ ,  $n \times n$  lik birim matris ise,  $I - vv^T$  un ortogonal olarak köşegenleřtirilebildiđini gösteriniz

(b) Eğer

$$v = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ise,  $I - vv^T$  u köşegenleřtiren bir  $P$  matrisi bulunuz.

4.

Özdeđerleri  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 7$  ve karşılık gelen özvektörleri

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}?$$

olan  $3 \times 3$  lük bir simetrik matris var mıdır? Eğer varsa, böyle bir matris bulunuz; eğer yoksa neden olmadığını açıklayınız.

5.

► Alıştırmalar 13–16’da, verilen denklemlerle temsil edilen konik kesiti standart pozisyona yerleştirmek üzere eksenleri döndürerek belirleyiniz. Koniğin döndürülmüş koordinatlardaki bir denklemini ve dönme açısını bulunuz. ◀

13.  $2x^2 - 4xy - y^2 + 8 = 0$     14.  $5x^2 + 4xy + 5y^2 = 9$

6.

► Alıştırmalar 25–26’da,  $A$  nın kesin pozitif olduğunu ilk olarak Teorem 7.3.2’yi kullanarak ikinci olarak Teorem 7.3.4’ü kullanarak gösteriniz. ◀

25. (a)  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$     (b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

7.

► Alıştırmalar 5–6’da, verilen kuadratik formun

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

kısıtı altında maksimum ve minimum değerlerini bulunuz ve maksimum ve minimumun elde edildiği noktadaki  $x$ ,  $y$  ve  $z$  değerlerini belirleyiniz. ◀

5.  $9x^2 + 4y^2 + 3z^2$

6.  $2x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz$

8.

► Alıştırmalar 3–4’te,  $\times$ ’leri,  $A$  Hermit olacak şekilde sayılarla değiştiriniz. ◀

3.  $A = \begin{bmatrix} 1 & i & 2 - 3i \\ \times & -3 & 1 \\ \times & \times & 2 \end{bmatrix}$     4.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 + 5i \\ \times & -4 & -i \\ \times & \times & 6 \end{bmatrix}$

9.

$A$ , girdileri karmaşık sayılar olan  $n \times n$  lik bir matris olsun,  $B$  ve  $C$  matrislerini şöyle tanımlayalım:

$$B = \frac{1}{2}(A + A^*) \quad \text{ve} \quad C = \frac{1}{2i}(A - A^*)$$

- a)  $B$  ve  $C$  nin Hermit olduğunu gösteriniz.
- b)  $A = B + iC$  ve  $A^* = B - iC$  olduğunu gösteriniz.
- c)  $A$  nın normal olması için  $B$  ve  $C$  hangi koşulu sağlamalıdır?

10.

32. Aykırı-Hermit bir matrisin özdeğerlerinin sıfır veya yalnız sanal olduğunu gösteriniz.
33. Üniter bir matrisin özdeğerlerinin mutlak değerlerinin 1 olduğunu gösteriniz.
37. Hem Hermit hem de üniter olan ve girdilerin hepsi birden reel sayılar olmayan  $2 \times 2$  lik bir matris bulunuz.
38. Hangi koşullar altında aşağıdaki matris normaldir?

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c \\ 0 & b & 0 \end{bmatrix}$$