

1. G bir değişmeli grup ve H, G deki bütün sonlu mertebeli elemanların kümesi olsun. $H < G$ olduğunu gösteriniz.
2. N bir G grubunun bir normal alt grubudur. Eğer G/N değişmeli ise, her $a, b \in G$ için $aba^{-1}b^{-1} \in N$ olduğunu gösteriniz.
3. Sonlu üretilen değişmeli grupların temel teoremine göre $(\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_8)/\langle(1, 2, 4)\rangle$ grubunu sınıflandırınız.
4. Aşağıdaki polinomların indirgenemez olup olmadıklarını belirleyiniz, indirgenebilirse indirgenemez polinomların çarpımı şeklinde yazınız.
 - (a) $f(x) = 3x^8 - 25x^4 + 15x^3 - 30$, $\mathbb{Q}[x]$ üzerinde
 - (b) $g(x) = x^4 + x^2 + 1$, $\mathbb{Z}_2[x]$ üzerinde
 - (c) $h(x) = x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$, $\mathbb{Q}[x]$ üzerinde
5. F bir cisim olmak üzere $f(x), g(x) \in F[x]$ olsun.

$$N = \{r(x)f(x) + s(x)g(x) \mid r(x), s(x) \in F[x]\}$$

nin $F[x]$ in bir ideali olduğunu ispatlayınız. $f(x)$ ve $g(x)$ in dereceleri farklı ve $N \neq F[x]$ ise, $f(x)$ ve $g(x)$ in F üzerinde aynı anda indirgenemez olamayacağını ispatlayınız.

6. $f : \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_{10}$, $f(a) = 5a \pmod{10}$ ile tanımlanan fonksiyonun bir halka homomorfizması olduğunu gösteriniz ve çekirdeğini bulunuz.
7. Aşağıdaki ifadeler doğru ise nedenini yazınız. Yanlış ise tersine bir örnek veriniz.
 - (a) Birimli ve değişmeli bir halkanın her asal ideali bir maksimal idealdir.
 - (b) $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ ve \mathbb{Z}_4 halkaları izomorfiktir.
 - (c) R bir halka olmak üzere, $R[x]$ in sıfır bölenleri tam olarak R nin sıfır bölenleriyle aynıdır.
 - (d) $n\mathbb{Z}$ halkasının karakteristiği n dir.
 - (e) Her asal mertebeli grup deęişmelidir.