

MAT 309 Cebir - Çalışma Problemleri-Halka-Cisim

- Her n tamsayısı için $n^{33} - n$ değerinin 15 sayısına tam bölündüğünü gösteriniz.
- Aşağıdaki polinomların $\mathbb{Q}[x]$ üzerinde indirgenemez olup olmadıklarını söyleyiniz, indirgenebilirse çarpanlarına ayırınız.
 - $f(x) = x^4 - 22x + 1$
 - $g(x) = 2x^{10} - 25x^3 + 10x^2 - 30$
 - $h(x) = 5x^4 - 7x + 7$
- Aşağıdaki önermelerin doğru veya yanlış olduğunu belirtiniz, sebebini açıklayınız.
 - $n \in \mathbb{Z}^+$ ve R bir halka olmak üzere, $R[x]$ kümesinden alınan n dereceli bir polinomun R de en fazla n kökü vardır.
 - R bir halka ve $a \in R$ olmak üzere, $S = \{x \in R : ax = 0\}$ kümesi R nin bir alt halkasıdır.
 - R bir halka olmak üzere $Z = \{x \in R : \forall y \in R, xy = yx\}$ kümesi R nin bir alt halkasıdır.
 - R birimli bir halka olmak üzere, her $x \in R$ için $x^2 = x$ oluyorsa R nin karakteristiği 2 dir.
 - R birimli bir halka olmak üzere, her $x \in R$ için $x^2 = x$ oluyorsa R değişmelidir.
- $\mathbb{Z}[x]$ içerisinde $\langle x \rangle$ idealinin asal ideal olduğunu ama maksimal ideal olmadığını gösteriniz.
- p bir asal olsun. R , indirgenmiş halinde paydası p ile bölünmeyen rasyonel sayılar kümesi ve I da R deki sayılardan payı p ile bölünenler kümesi olsun. Bu durumda R nin bir halka, I nın R nin bir ideali ve $R/I \simeq \mathbb{Z}_p$ olduğunu gösteriniz.
- $\mathbb{Z}_5[x]/\langle x^2 + cx + 1 \rangle$ in bir cisim olması için tüm $c \in \mathbb{Z}_5$ leri bulunuz.