

Mat 309 Ödev 2 (29 Ocak 2016)

1. $G = \langle a \rangle$ devirli grubunun eleman sayısı 30 olsun. $\langle a^5 \rangle$ ve $\langle a^2 \rangle$ altgruplarını bulunuz.
2. Aşağıdaki grupların devirli olup olmadıklarına bakınız, devirliyse bir üreticini bulunuz, devirli değilse ispatlayınız.

- a) \mathbb{R}^*
- b) \mathbb{Q}
- c) $6\mathbb{Z}$
- d) \mathbb{Z}_8
- e) \mathbb{Z}_7^*
- f) \mathbb{Z}_{12}^*

3. S_6 üzerinde

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 5 & 6 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{ve} \quad \tau = (1 \ 6 \ 2 \ 3)(6 \ 1)(4 \ 5)$$

permütasyonları veriliyor. Bunları,

- a) Ayrık devirlerin çarpımı şeklinde yazınız.
 - b) Mertebelerini bulunuz.
 - c) Transpozisyonların (2 devirlilerin) çarpımı şeklinde yazınız.
 - d) 3 devirlilerin çarpımı şeklinde yazınız.
 - e) Tek mi çift mi olduklarını söyleyiniz.
 - f) $\sigma\tau$, $\tau\sigma$, $\sigma^{94}\tau^{67}\sigma^{-99}$ permütasyonlarını hesaplayınız.
4. S_4 grubunun Klein-4 grubuna izomorf bir alt grubunu bulunuz.
 5. $n \geq 3$ için S_n grubunun değişmeli olmadığını ispatlayınız.
 6. D_5 in elemanlarını yazınız, $n \geq 3$ için D_n nin eleman sayısını n ye bağlı olarak bulunuz.
 7. Aşağıdaki verilen grup çiftleri izomorf mudur? Cevabınızı kitaptaki ilgili teoreme dayandırarak açıklayınız.
 - a) \mathbb{Z}_6 ile $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$
 - b) \mathbb{Z}_4 ile $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$
 - c) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ ile $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_4$
 - d) $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{12}$ ile $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_4$