

MAT 309 Cebir - ÖDEV 3 - 15 Şubat 2016

1. Mertebesi $2(2n + 1)$ şeklinde olan değişmeli bir grubun mertebesi 2 olan tam olarak bir tane elemanı olduğunu gösteriniz.
2. H sonlu bir G grubun indeksi 2 olan bir alt grubu ise, H nin her sol kosetinin aynı zamanda bir sağ koseti olduğunu gösteriniz.
3. S_A , A kümesinin bütün permütasyonlarının grubu ve $x, y \in A$ olmak üzere, $S_{x,y} := \{\sigma \in S_A \mid \sigma(x) = y\}$ kümesi tanımlanıyor.
 - (a) $S_{x,x}$ kümesinin S_A nın bir alt grubu olduğunu gösteriniz.
 - (b) $x \neq y$ olsun. $S_{x,y}$, S_A nın bir alt grubu mudur?
 - (c) $S_{x,y}$ kümesini $S_{x,x}$ cinsinden yazabilir misiniz?
4. $(3, 10, 9) \in \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{15}$ elemanının mertebesini bulunuz.
5. Aşağıda verilen dönüşümlerin birer grup homomorfizması oluşturup oluşturmadığını kontrol ediniz. Eğer homomorfizma ise çekirdeğini bulunuz.
 - (a) $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, $f(x) = x^2$. (\mathbb{R}^* in işleminin çarpma olduğunu unutmayınız, ancak dönüşüm ile grubun işleminin birbirine ilişkisi yoktur. Örneğin işlem çarpma olduğu halde dönüşüm $f(x) = x+2$ olarak verilebilirdi).
 - (b) $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$, $f(x) = 2^x$.
 - (c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$ (\mathbb{R} nin işleminin toplama olduğunu unutmayınız)
 - (d) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 13x$
6. Bir G grubunun merkezi $Z(G)$ olmak üzere, $G/Z(G)$ devirli ise G nin değişmeli olduğunu gösteriniz.