

## MAT 535 Cebir - ÖDEV 3 - 12 Şubat 2016

- Mertebesi  $2(2n + 1)$  şeklinde olan değişmeli bir grubun mertebesi 2 olan tam olarak bir tane elemanı olduğunu gösteriniz.
- $S_A$ ,  $A$  kümesinin bütün permütasyonlarının grubu ve  $x, y \in A$  olmak üzere,  $S_{x,y} := \{\sigma \in S_A \mid \sigma(x) = y\}$  kümesi tanımlanıyor.
  - $S_{x,x}$  kümesinin  $S_A$  nın bir alt grubu olduğunu gösteriniz.
  - $x \neq y$  olsun.  $S_{x,y}$ ,  $S_A$  nın bir alt grubu mudur?
  - $S_{x,y}$  kümesini  $S_{x,x}$  cinsinden yazabilir misiniz?
- Mertebesi  $n$  olan devirli bir  $G$  grubunun  $n$  nin her  $d$  böleni için mertebesi  $d$  olan tam olarak bir alt grup olduğunu ve bunların  $G$  nin tüm alt gruplarını oluşturduğunu gösteriniz.
- $(3, 10, 9) \in \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_{12} \times \mathbb{Z}_{15}$  elemanının mertebesini bulunuz.
- Aşağıda verilen dönüşümlerin birer grup homomorfizması oluşturup oluşturmadığını kontrol ediniz. Eğer homomorfizma ise çekirdeğini bulunuz.
  - $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ ,  $f(x) = x^2$ . ( $\mathbb{R}^*$  in işleminin çarpma olduğunu unutmayınız, ancak dönüşüm ile grubun işleminin birbirine ilişkisi yoktur. Örneğin işlem çarpma olduğu halde dönüşüm  $f(x) = x+2$  olarak verilebilirdi).
  - $f : \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}^*$ ,  $f(x) = 2^x$ .
  - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1$  ( $\mathbb{R}$  nin işleminin toplama olduğunu unutmayınız)
  - $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 13x$
- Bir  $G$  grubunun merkezi  $Z(G)$  olmak üzere,  $G/Z(G)$  devirli ise  $G$  nin değişmeli olduğunu gösteriniz.